IRATXE BERRIOZABAL CAMPILLO.
18.03.96

TEMA 3 TEORIA DE LAS PROBABILIDADES

(3-1) Experimento aleatorio

(3-2) Espacio muestral

(3-3) Sucesos aleatorios

(3-4) Definicion de probabilidad

(3-4-1) Probabilidad clasica

(3-4-2) Probabilidad geometrica

(3-4-3) Probabilidad estadistica

(3-4-4) Probabilidad subjetiva

(3-5) Sucesos independientes y sucesos dependientes

(3-6) Adicion de probabilidades

(3-6-1) Adicion de probabilidades para sucesos mutuamente excluyentes

(3-6-2) Adicion de probabilidades para sucesos simultaneos

(3-7) Probabilidad condicional

(3-8) Producto de probabilidades

(3-8-1) Para sucesos independientes

(3-8-2) Para sucesos dependientes

(3-9) Formula de la probabilidad completa

(3-10) Probabilidad de hipotesis : Formula de Bayes

BIBLIOGRAFIA :

Probabilidad y estadistica : aplicaciones y metodos

GEORGE C. CANAVOS

(Edit. Mc Graw Hill)

(capitulo 2)

Estadistica para administracion y economia

M.L.BERENSON ; D.M.LEVINE

(Edit. Hispanoamericana)

Estadistica

MURRAY SPIEGEL

(Edit.McGraw Hill)

(Capitulo 6)



* Experimento aleatorio:

Experimento aleatorio es aquel:

- cuyo resultado no se puede predecir;
- se puede repetir. (por lo menos teórica/)

* Espacio muestral (S_x):

El espacio muestral es el conjunto de todos los resultados individuales posibles de un experimento.

* Suceso aleatorio:

Suceso aleatorio es un subconjunto del espacio muestral obtenido en un experimento aleatorio.

Ejemplo 1:

Se lanza un dado. Se considerará el suceso A como el consistente en obtener un número impar.

* Experimento aleatorio: ↗ no se sabe cuál puede ser el resultado ↘ se puede repetir

Lanzar el dado y ver cuál es el resultado.

* Espacio muestral:

$S_x = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6 \}$

* Suceso aleatorio:

$A = \{ 1; 3; 5 \}$ → subconjunto del espacio muestral.

Ejemplo 2:

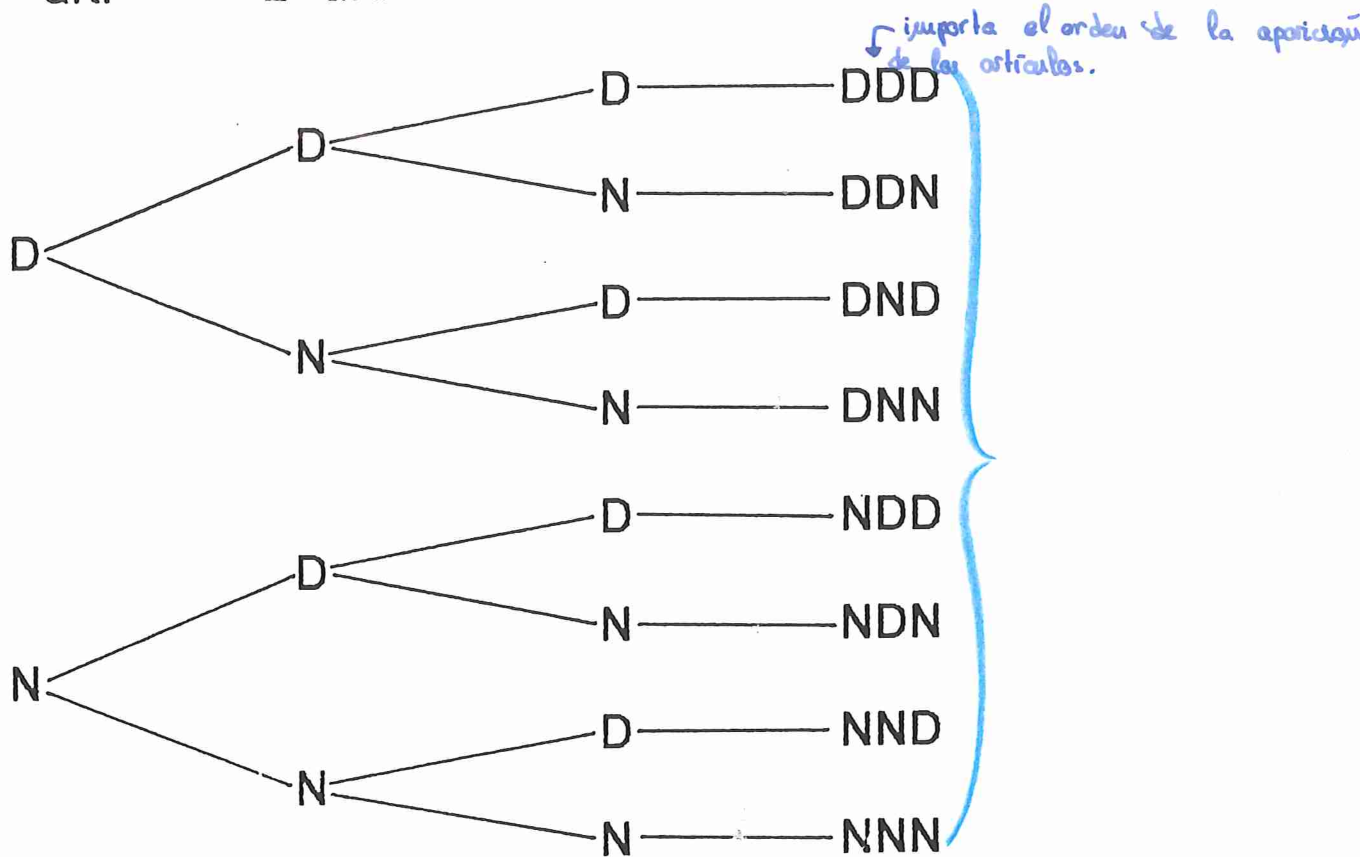
En un proceso de fabricación se seleccionan tres artículos al azar. Se examina cada uno de ellos y se clasifica como defectuoso (D) o no defectuoso (N). Se define el suceso A como el suceso consistente en *que los tres artículos sean defectuosos* o *no defectuosos.*

* Experimento aleatorio:

El experimento aleatorio consiste en escoger los tres productos y ver si son o no defectuosos.

* Espacio muestral: Se compone de

Para obtener el espacio muestral nos podemos ayudar de un *diagrama de árbol*:



* Suceso aleatorio:

A = { (DDD); (NNN) }

Ejemplo 3:

En los ejemplos 1 y 2, obtener la probabilidad del suceso A.

* Ejemplo 1:

$$Prob(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

* Ejemplo 2:

$$Prob(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

LAS DA EL

COMBINATORIA

* VARIACIONES:

Importa el orden.
De 'n' elementos cojo 'm'.
n>m.

$$V_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} = P_n^r$$

$V_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = \frac{6\cdot5\cdot4!}{4!} = 30$

* VARIACIONES CON REPETICION:

Si se pueden repetir los elem.

$$VR_n^r = n^r$$

* PERMUTACIONES:

Importa el orden.
n=m

$$P_n = n!$$

si n es grande: aproximación de STIRLING:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\,.\,n^n\,.\,e^{-n}$$

* PERMUTACIONES CON REPETICION:

Si los elem. se pueden repetir.

$$P_n^{n_1;n_2;\ldots;n_k} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\,\ldots\,n_k!}$$

* COMBINACIONES:

Si no me importa el orden.
De 'm' elementos cojo 'n'.

$$C_n^r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \binom{n}{r} = \frac{V_n^r}{P_r}$$

* COMBINACIONES CON REPETICION:

$$C'^{\,r}_n = C^r_{n+r-1} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$



PROBABILIDAD GEOMETRICA

Los sucesos que podemos denominar de tipo geométrico son aquellos en los que se tiene en cuenta longitudes, superficies o volúmenes.

- Si se trata de longitudes:

$$P(A) = \frac{\text{longitud favorable al suceso}}{\text{longitud total}}$$

- Si se trata de áreas:

$$P(A) = \frac{\text{área favorable al suceso}}{\text{área total}}$$

- Si se trata de volúmenes:

$$P(A) = \frac{\text{volumen favorable al suceso}}{\text{volumen total}}$$

Ejemplo 4:

Un plano está rayado por rectas paralelas separadas entre sí por una distancia 2a. Sobre el plano se arroja al azar una moneda de radio r < a. Hallar la probabilidad de que la moneda no corte ninguna de las rectas.

SOLUCION:

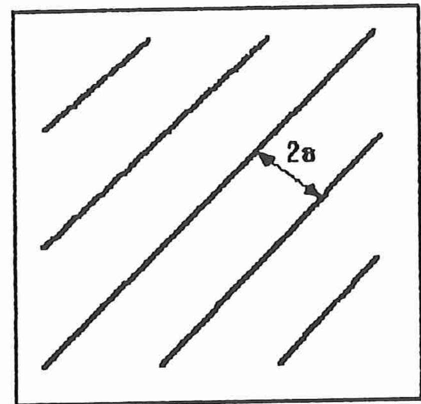
Definimos el suceso A:

que la moneda no corte ninguna de las rectas.

Longitud favorable al suceso A:

2a - 2r

(la diferencia entre la distancia que hay entre dos rectas paralelas y el diámetro de la moneda).



Longitud total: 2a

Luego,

$$P(A) = \frac{2a-2r}{2a} = \frac{a-r}{a}$$

Ejemplo 5:

Repetidamente, lanzamos una moneda al aire y contamos el número de caras que aparecen, obteniéndose los siguientes resultados:

- al lanzar 100 veces han aparecido 47 caras;
- al lanzar 500 veces han aparecido 257 caras;
- al lanzar 1000 veces han aparecido 502 caras.

Esta información la recogemos en la tabla siguiente:

número de lanzamientos	número de apariciones	frecuencia relativa	
100	47	0.470	47/100
500	257	0.514	257/500
1000	502	0.502	502/1000

Podemos observar que:

- la frecuencia relativa oscila alrededor de 0.5, que es la probabilidad teórica de que al lanzar una moneda al aire aparezca cara;
- cuanto mayor es el número de lanzamientos, más se aproximará a 0.5 (propiedad de la estabilidad).

→ Convergencia en probabilidad: no podemos utilizar el concepto de límite como lo utilizábamos en matemáticas.

Ejemplo 6:

En una caja tenemos 100 tornillos que hemos clasificado según su tamaño en tres categorías. En la caja tenemos 20 tornillos grandes, 30 medianos y 50 pequeños.

Se extraen dos tornillos al azar. Describir el suceso de que los dos tornillos sean de tamaño grande si la extracción se hace

a) con reemplazamiento

b) sin reemplazamiento

SOLUCION:

1º Definimos el suceso C: "*que al extraer dos tornillos estos sean de tamaño grande*".

2º C es un suceso compuesto de c_1 y c_2:

Suceso c_1: "*que el primer tornillo extraído sea grande*".

Suceso c_2: "*que el segundo tornillo extraído sea grande*".

Si la extracción se produce con reemplazamiento, c_1 y c_2 son independientes.

Si NO existe reemplazamiento NO son independientes.

(c_2 depende c_1 → q. c_2 sea grande tendrá > ó < probabilidad dependiendo de q. c_1 haya sido grande o pequeño).



ADICION DE PROBABILIDADES

a) Para sucesos mutuamente excluyentes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

b) Para sucesos que no son mutuamente excluyentes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

→ es en realidad el producto de A y B

b') Para sucesos independientes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

b'') Para sucesos dependientes:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B/A)$$

Dos sucesos son mutuamente excluyentes cuando no pueden aparecer a la vez: el hecho de que aparezca A implica que no puede aparecer B.

Dos sucesos no son mutuamente excluyentes cuando A puede aparecer a la vez que B y viceversa.

$A \cup B$: A ó B (uno u otro)

$A \cap B$: A y B (a la vez)



PROBABILIDAD CONDICIONAL P(B/A)

Probabilidad de que ocurra B condicionado a que A haya o no ocurrido

PROBABILIDAD CONDICIONAL es la probabilidad del suceso B, suponiendo que el suceso A ocurre.

Si A y B son dependientes:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Si A y B son independientes:

$$P(B/A) = P(B) \quad y \quad P(A/B) = P(A)$$

PRODUCTO DE PROBABILIDADES

Llamamos producto de varios sucesos a un "suceso compuesto" que consiste en la aparición de todos esos sucesos. = que el resultado se presente simultaneamente

Si los sucesos son independientes:

$$P(A_1; A_2; \dots ; A_n)=P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot \dots \cdot P(A_n)$$

Si los sucesos son dependientes:

$$P(A_1; A_2; \dots ; A_n) = P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) =$$
$$= P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)\cdot \dots \cdot P(A_n/A_1 \dots A_{n-1})$$

EJEMPLO 7:

Si en el ejemplo 6 extraemos sólo un tornillo, ¿ cuál es la probabilidad de que sea grande o pequeño ?

↳ suma de probabilidades (0).

SOLUCION

Nos piden P(A ∪ B)

1º Definición de sucesos →

Suceso A: que el tornillo extraído sea de tamaño grande

Suceso B: que el tornillo extraído sea de tamaño pequeño.

Los sucesos A y B son mutuamente excluyentes, porque el tornillo que se extraiga será grande o pequeño.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A) = \frac{20}{100}; \qquad P(B) = \frac{50}{100}$$

$$P(A \cup B) = \frac{20}{100} + \frac{50}{100} = \frac{70}{100}$$

EJEMPLO 8:

En una empresa el 40 por ciento de sus empleados poseen título universitario, el 30 por ciento son mujeres y el 25 por ciento son mujeres con título universitario. Si elegimos un empleado al azar, ¿ cuál es la probabilidad de que sea mujer o tenga título universitario ?

(∪)

SOLUCION:

Suceso A: *que la persona elegida sea mujer.*

Suceso B: *que la persona elegida tenga título universitario.*

Nos piden $P(A \cup B)$.

Como el suceso A y el suceso B pueden ocurrir simultáneamente:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = 0.30; \qquad P(B) = 0.40$$

$$P(A \cap B) = 0.25$$

$$P(A \cup B) = 0.30 + 0.40 - 0.25 = 0.45$$

EJEMPLO 9:

Tenemos tres cajas que contienen 10 piezas cada una. En la primera caja 8 piezas son de buena calidad, en la segunda 7 son de buena calidad y en la tercera hay 9 piezas de buena calidad. De cada caja se extrae al azar una pieza. Hallar la probabilidad de que las tres piezas extraídas sean de buena calidad.

SOLUCION:

1º Definición del suceso →

Suceso A: *que las tres piezas extraídas sean de buena calidad.*

2º Composición del suceso

· El suceso A es un suceso compuesto por los sucesos B, C y D.

· Para que se dé el suceso A, se deben dar los sucesos B, C y D simultáneamente.

· B, C y D son independientes.

Por todo ello,

$$P(A) = P(B;C;D) = P(B)\cdot P(C)\cdot P(D)$$

$$P(B) = \frac{8}{10} = 0.8 \qquad P(C) = \frac{7}{10} = 0.7 \qquad P(D) = \frac{9}{10} = 0.9$$

$$P(A) = 0.8\cdot 0.7\cdot 0.9 = 0.504$$

EJEMPLO 10:

Si en el ejemplo anterior juntamos las 30 piezas en una única caja y extraemos al azar, y sin devolverlas a la caja, tres piezas ¿ cuál es la probabilidad de que las tres piezas sean defectuosas ?

SOLUCION:

Suceso A: *que las tres piezas sean defectuosas*

El suceso A es un suceso compuesto de A_1, A_2 y A_3 que se tiene que producir simultáneamente, y que no son independientes. dependientes.

$$P(A) = P(A_1; A_2; A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_1A_2)$$

$$P(A_1) = \frac{6}{30} \quad P(A_2/A_1) = \frac{5}{29} \quad P(A_3/A_1A_2) = \frac{4}{28}$$

$$P(A) = \frac{6}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{4}{28} = 0.004927$$



PROBABILIDAD COMPLETA

Denominamos "grupo completo de sucesos" al conjunto de sucesos mutuamente excluyentes que constituyen todo el campo de sucesos.

La probabilidad de un suceso A, que puede ocurrir sólo a condición de que aparezca uno de los sucesos mutuamente excluyentes B_1, B_2, ..., B_n que forman un grupo completo de sucesos, será:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) + \ldots + P(B_n) \cdot P(A/B_n)$$

EJEMPLO 11:

Si en el ejemplo 9 elegimos una de las tres cajas al azar y de ella extraemos aleatoriamente una pieza, ¿ cuál es la probabilidad de que sea de buena calidad ?

SOLUCION:

Suceso A: *que la pieza extraída sea de buena calidad*

La probabilidad de este suceso dependerá de la caja que se haya elegido.

Definimos: B_1: *que se elija la pimera caja*

B_2: *que se elija la segunda caja*

B_3: *que se elija la tercera caja*

Grupo completo de sucesos pq. sólo tenemos 3 cajas, no hay + posibilidades y además son mutua / excluyentes.

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A/B_1) + P(B_2)\cdot P(A/B_2) + P(B_3)\cdot P(A/B_3) =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot 0.8 + \frac{1}{3}\cdot 0.7 + \frac{1}{3}\cdot 0.9 = 0.7466$$



PROBABILIDAD DE HIPOTESIS: FORMULA DE BAYES

En ellos se conoce ya el resultado de antemano.

Nos resolverá problemas en los que primeramente miramos el resultado del experimento y luego buscamos la probabilidad de que dicho resultado sea debido a una causa determinada de entre todas las posibles.

$$P(B_i/A) = \frac{P(B_i)\cdot P(A/B_i)}{P(B_1)\cdot P(A/B_1) + \;\ldots\; + P(B_n)\cdot P(A/B_n)}$$

→ Probabilidad condicionada. → Probabilidad completa

Otra forma de resolver estos problemas de probabilidad de hipótesis, es mediante la utilización de una tabla. Para ello, vamos a definir más claramente las probabilidades utilizadas en el teorema de Bayes.

- $P(B_i)$ es la probabilidad previa (a priori)
- $P(A/B_i)$ es la probabilidad condicional
- $P(B_i) \cdot P(A/B_i)$ es la probabilidad conjunta: $P(A \cap B_i)$
- $P(B_i/A)$ es la probabilidad posterior (a posteriori)



La tabla nos quedaría:

(1) (B_i)	(2) $P(B_i)$	(3) $P(A/B_i)$	(4) $P(B_i) \cdot P(A/B_i)$	(5) $P(B_i/A)$

La columna (5) se obtiene dividiendo la probabilidad conjunta correspondiente de la columna (4) entre la suma total de la columna (4).

Ejemplo 12:

Tenemos dos cajas de tornillos de las cuales la primera tiene 500 tornillos, siendo 90 de ellos de tamaño grande y la segunda caja tiene 200 tornillos siendo 50 tornillos de tamaño grande.

Se selecciona una de las cajas al azar y de ella se extrae un tornillo. ¿ Cuál es la probabilidad de que la segunda caja fuera la seleccionada, si el tornillo que se sacó no era de tamaño grande ?

SOLUCION: BAYES:

Suceso A: *que al extraer un tornillo de una de las cajas no sea grande*

Suceso B_1: *que se seleccione la primera caja*

Suceso B_2: *que se seleccione la segunda caja*

Nos piden $P(B_2/A)$

Sabemos que:

$$P(B_1) = \frac{1}{2} \qquad P(A/B_1) = \frac{410}{500} = 0.82$$

$$P(B_2) = \frac{1}{2} \qquad P(A/B_2) = \frac{150}{200} = 0.75$$

Mediante la fórmula de Bayes:

$$P(B_2/A) = \frac{0.5 \cdot 0.75}{0.5 \cdot 0.82 + 0.5 \cdot 0.75} = 0.4777$$

Mediante la tabla:

(B_i)	$P(B_i)$	$P(A/B_i)$	$P(B_i) \cdot P(A/B_i)$	$P(B_i/A)$
B_1	0.5	0.82	0.41	0.52229
B_2	0.5	0.75	0.375	0.47771
			0.785	

ESTE / 1º / PROBLEMAS DE ESTADISTICA / TEMA 3

1º) Describir el espacio muestral y enumerar los resultados que pertenecen a los siguientes sucesos :

a) Aparición de un número impar en una tirada de un dado

b) Aparición de al menos una cara en dos lanzamientos de una moneda

c) Aparición de un as , el diez de espadas ó el dos de bastos, en una sola extracción de una baraja de 52 cartas.

d) Obtención de 7 puntos en una sola tirada de un par de dados.

2)º Consideremos el espacio muestral formado por los elementos :

E = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 }

y los sucesos : A = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 } y B ={ 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 }

Se pide :

a) El suceso complementario de A

b) El suceso complementario de B

c) A U B

d) A ∩ B

3º) Un experimento consiste en el lanzamiento de una moneda y un dado. Si A es el hecho de que salga cara en el lanzamiento de la moneda y B es el hecho de obtener 3 ó 6 en el lanzamiento del dado, explicar que significado tiene :

a) El complementario del suceso A

b) El complementario del suceso B

c) A ∩ B

d) La union de los complementarios de A y B

4º) Un trabajo consta de dos partes A y B. Cada parte puede requerir 1 , 2 , 3 ó 4 dias , dependiendo del tiempo, del terreno, y de otros factores. B no se puede empezar hasta que se termine A. El experimento consiste en observar el tiempo requerido para cada parte. ¿ Cuantos puntos tiene el espacio muestral ? . Si el experimento consiste en observar el tiempo total, enumerar los puntos del espacio muestral.

5º) ¿ En cuantos resultados se obtendrá al menos un 6 al lanzar un dado n veces ?

6º) En una caja hay seis cubos iguales numerados del 1 al 6. De a uno y a la vez se extraen al azar todos los cubos de la caja. Hallar la probabilidad de que los números de los cubos extraidos aparezcan en orden creciente.

7º) Una caja contiene 9 papeletas numeradas del 1 al 9 inclusive. Si se extrae al azar sucesivamente tres papeletas, hallar la probabilidad de que sean impar , par , impar ó par , impar , par

ESTE / 1º / PROBLEMAS DE ESTADISTICA / TEMA 3

Acertado

8º) Tres caballos, A , B y C intervienen en una carrera ; A tiene doble posibilidad de ganar que B y B tiene a su vez doble que C . ¿ Cuales son las respectivas probabilidades de ganar ?

Acertado

9º) ¿ Cuantos números de 5 cifras se pueden formar con los números 2 , 2 , 3 , 4 , 4 ?

Acertado

10º) Un experimento consiste en obtener tres tornillos de una caja, y clasificarlos en defectuosos o buenos :
a) Describir los sucesos posibles
b) Describir el suceso : "el primer tornillo fue defectuoso"
c) Describir el suceso : "ningún tornillo fue defectuoso"

Acertado

11º) Se selecciona una carta al azar de una baraja de 52 cartas. Sean los sucesos : A = {espadas} y B = {figura}
Calcular : P (A) ; P (B) ; P (A ∩ B)

Acertado

12º) En un taller trabajan 6 hombres y 4 mujeres. Según el número de ficha se han escogido al azar 7 personas. Hallar la probabilidad de que entre las personas seleccionadas resulten tres mujeres.

?? => Acertado

13º) De un juego completo de 28 fichas de dominó se ha extraido una al azar. Hallar la probabilidad de que una segunda ficha extraida al azar se pueda juntar a la primera.

Acertado

14º) Un montador tiene 16 piezas producidas por la fabrica A y 4 piezas producidas por la fabrica B . Se han tomado dos piezas al azar. Hallar la probabilidad de que por lo menos una de ellas resulte producida por la fábrica A

Acertado

15º) En un segmento de 20 cm de longitud se encuentra un segmento l de 10 cm de longitud. Hallar la probabilidad de que un punto marcado al azar en el segmento mayor caiga tambien sobre el segmento menor. Se supone que la probabilidad de que el punto caiga en el segmento es proporcional a la longitud del mismo, y no depende de su situación.

Acertado

16º) De 25 preguntas del programa, un estudiante sabe 20. Hallar la probabilidad de que el estudiante conteste bien a tres preguntas elegidas al azar.

Acertado

17º) Se arrojan n veces dos dados. Calcular el número de resultados en los que se obtiene el 6 en los dos dados o en uno solo, al menos una vez.

18º) Se lanzan cuatro dados distinguibles. Se denomina resultado a una sucesión ordenada de las 4 puntuaciones obtenidas. ¿ Cuántos resultados posibles hay ?. ¿ cuántos de entre ellos conducen a :
a) Cuatro puntuaciones idénticas ?
b) Tres puntuaciones idénticas y una diferente ?
c) Dos parejas de dos puntuaciones idénticas ?
d) Dos puntuaciones idénticas, y las otras diferentes ?
e) Cuatro puntuaciones diferentes ?

19º) Una bolsa contiene 2 bolas negras y 2 blancas. Se saca una bola de la bolsa y se reemplaza por otra de color opuesto. Se extrae entonces otra bola de bolsa. Hallar la probabilidad de que la primera bola extraida fuera blanca, sabiendo que la segunda que se extrajo fue blanca.

20º) Si se sabe que al lanzar 5 monedas aparecieron al menos 2 caras. ¿ Cual es la probabilidad de que el numero exacto de caras fuese 3 ?.

21º) Tenemos 4 urnas conteniendo 10 bolas cada una, que podran ser blancas ó negras. La composición de las urnas es la siguiente

1ª urna : 5 bolas blancas y 5 bolas negras
2ª urna : 6 bolas blancas y 4 bolas negras
3ª urna : 7 bolas blancas y 3 bolas negras
4ª urna : 3 bolas blancas y 7 bolas negras

Elegimos una urna al azar y extraemos 4 bolas sin reemplazamiento tres son blancas y una negra. Suponiendo que el orden de extracción es el dado, ¿ cual es la probabilidad de que la urna elegida sea la 2ª ?

22º) En un taller existen dos maquinas A y B ; la maquina A consta de 32 piezas y la maquina B de 8 . Para que la maquina A funcione es necesario que funcionen las 32 piezas ; para que la maquina B funcione basta con que funcione una de las 8 piezas (las piezas son independientes).
a) Si la probabilidad de que falle una pieza de A es 0'002. ¿ Cual es la probabilidad de que la maquina funcione ?
b) Si la probabilidad de que falle una pieza de B es 0'1. ¿ Cual es la probabilidad de que la maquina no funcione ?

ESTE / 1º / PROBLEMAS DE ESTADISTICA / TEMA 3

SOLUCIONES :

1º) a) {1;2;3;4;5;6} ; {1} ; {3} ; {5} b) { (c,+) (c,c) (+,+) (+,c) } ; {c,+} ; {c,c} ; {+,c} c) { As de espadas ; 2 de espadas 3 de espadas ; etc. } ; {As de espadas} ; {As de oros} ; {As de bastos} ; {As de copas} ; {diez de espadas} ; {2 de bastos}
d) { (1,1) (1,2) (1,3) ...etc } ; {1,6} ;

2º) a) {5,6,7,8,9,10,11,12} b) {2,4,6,8,10,11,12}
c) {1,2,3,4,5,7,9} d) {1,3}

4º) 16 ; { 2 dias , 3 dias , ... , 8 dias }

5º) $6^n - 5^n$ 6º) $1/6^6$ 7º) 5/18

8º) 1/7 ; 2/7 ; 4/7 9º) 30

10º) a) {d,d,d} ; {b,d,d} ; {d,b,d} ; {d,d,b} ; {b,b,d} ; {b,d,b}
{d,b,b} ; {b,b,b}
b) {d,d,d} ; {d,b,d} ; {d,d,b} ; {d,b,b}
c) {b,b,b}

11º) 11/52 ; 12/52 ; 3/52 12º) 1/2 13º) 0'3888

14º) 0'9684 15º) 0'5 16º) 57/115 17º) $36^n - 25^n$

18º) 31.104 a) 144 b) 2880 c) 4320 d) 17280 e) 8640

19º) 0'25 20º) 0'3846 21º) 0'3305

22º) a) 0'9379 b) 0'000.000.01

Corregir soluciones: 6º) 1/720
8º) Soluciones en orden inverso
21º) a) 13/52